შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

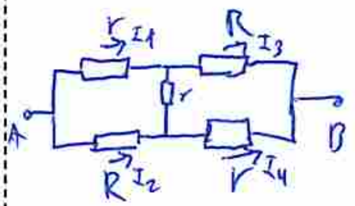
შესარჩევი ტურები ფიზიკის 44-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 8

28.04.2013/ ფიზ/ IV/ 790

ამოცანა № 1

გვერდი № 1

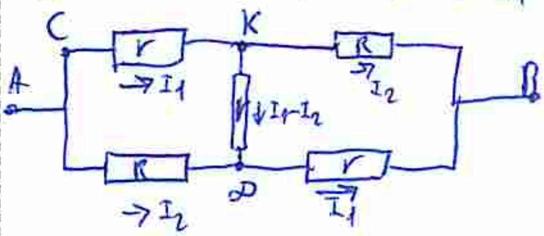


[illegible] $I_1+I_2=I_3+I_4$ [illegible]

$rI_1+RI_3=U=RI_2+RI_4$

$$\begin{cases} I_1+I_2=I_3+I_4 \\ rI_1+RI_3=RI_2+rI_4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I_3=I_1+I_2-I_4 \\ rI_1+R(I_1+I_2-I_4)=RI_2+rI_4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I_3=I_1+I_2-I_4 \\ rI_1+RI_1+\cancel{RI_2}-RI_4=\cancel{RI_2}+rI_4 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} I_3=I_1+I_2-I_4 \\ I_1(R+r)=I_4(R+r) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I_3=I_1+I_2-I_4 \\ I_1=I_4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I_1=I_4 \\ I_3=I_2 \end{cases}$$



[illegible] r [illegible] I_1-I_2 [illegible] I_1-I_2 [illegible] U_{CD} [illegible]:

$rI_1+r(I_1-I_2)=RI_2$ $\quad U_{AB}=rI_1+RI_2$ [illegible]

$$\begin{cases} rI_1+rI_1-rI_2=RI_2 \\ rI_1+RI_2=U \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} rI_1=\dfrac{(r+R)I_2}{2} \\ \dfrac{(r+R)I_2}{2}+RI_2=U \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} rI_1=\dfrac{(r+R)}{2}I_2 \\ I_2=\dfrac{2U}{3R+r} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I_1=\dfrac{(r+R)}{2r}\cdot\dfrac{2U}{3R+r} \\ I_2=\dfrac{2U}{3R+r} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} I_1=\dfrac{U(r+R)}{(3R+r)r} \\ I_2=\dfrac{2U}{3R+r} \end{cases} \qquad I_1+I_2=\frac{U(r+R)}{(3R+r)r}+\frac{2U}{3R+r}=\frac{U(r+R)+2Ur}{(3R+r)r}=\frac{U(3r+R)}{(3R+r)r}$$

[illegible] $U=IR$ $\quad R=\dfrac{U}{I}$ [illegible] $R=\dfrac{U}{\dfrac{U(3r+R)}{(3R+r)r}}=\dfrac{(3R+r)r}{3r+R}$ (1)

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები ფიზიკის 44-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 8

28.04.2013/ ფიზ/ IV/ 190

ამოცანა № 1

გვერდი № 1

ძაბვის ვარდნა იქნება $r(I_1-I_2) = r\left(\frac{U(r+R)}{(3R+r)r} \mp \frac{2U}{(3R+r)}\right) = \frac{U(r+R)}{3R+r} \pm \frac{2Ur}{3R+r} = \frac{U(R-r)}{3R+r}$ ②

ჩავსვათ $R=3r$ ვნახოთ I_1-I_2 ">" თუ "<" 0-ზე თუ ">" მაშინ ქვემოთ. თუ "<" მაშინ ზემოთ და თუ "=" მაშინ არ ვალს.

$$I_1-I_2=\frac{U(r+R)}{(3R+r)r}-\frac{2U}{3R+r}=\frac{Ur+UR-2Ur}{r(3R+r)}=\frac{U(R-r)}{r(3R+r)}=\frac{U(2r)}{r(9r+r)}>0$$

ესეიგი დენი მიდის ქვემოთ. ③

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები ფიზიკის 44-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 8

28.04.2013/ ფიზ/ IV/ 790

ამოცანა № 2

გვერდი № 1

$T_0=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ ზემოთ მოძრაობისას $T_1=2\pi\sqrt{\frac{L}{g+a}}$ ქვემოთ კი $T_2=2\pi\sqrt{\frac{L}{g-a}}$

ზემოთ მოძრაობს დრო t_1 $\frac{at_1^2}{2}=h$ $t_1=\sqrt{\frac{2h}{a}}$ ამ დროში მოხდება $\frac{t_1}{T_1}$ [illegible] $\frac{t_1}{T_0}$ [illegible] $\frac{t_1}{T_1}-\frac{t_1}{T_0}$ (1) [illegible] 0,3 [illegible] 0,3 T [illegible] t [illegible] $\frac{t}{T_0}$ [illegible] $\frac{t}{T_2}$ [illegible] $\frac{t}{T_0}-\frac{t}{T_2}$ (2) [illegible] (1)=(2) [illegible]

$$\frac{t_1}{T_1}-\frac{t_1}{T_0}=\frac{t}{T_0}-\frac{t}{T_2}\Leftrightarrow t_1\frac{T_0-T_1}{T_0T_1}=t\frac{T_2-T_0}{T_2T_0}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t=t_1\frac{T_2(T_0-T_1)}{T_1(T_2-T_0)}=t_1\frac{2\pi\sqrt{\frac{L}{g-a}}\left(2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}-2\pi\sqrt{\frac{L}{g+a}}\right)}{2\pi\sqrt{\frac{L}{g+a}}\left(2\pi\sqrt{\frac{L}{g-a}}-2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\right)}=\frac{\frac{1}{\sqrt{g-a}}\left(\frac{1}{\sqrt{g}}-\frac{1}{\sqrt{g+a}}\right)\cdot t_1}{\frac{1}{\sqrt{g+a}}\left(\frac{1}{\sqrt{g-a}}-\frac{1}{\sqrt{g}}\right)}=$$

$$=\frac{t_1\sqrt{g(\beta+1)}\,\frac{\sqrt{\beta+1}-1}{\sqrt{g(1+\beta)}}}{\sqrt{g(1-\beta)}\,\frac{1-\sqrt{1-\beta}}{\sqrt{g(1-\beta)}}}=t_1\frac{\sqrt{1+\beta}\left(\sqrt{1+\beta}-1\right)}{\sqrt{1-\beta}\left(1-\sqrt{1-\beta}\right)}=\sqrt{\frac{2h}{a}}\,\frac{1+\beta-\sqrt{1+\beta}}{\sqrt{1-\beta}-1+\beta}=$$

$$=\frac{\sqrt{2h}\left(1+\beta-\sqrt{1+\beta}\right)}{\sqrt{\beta g}\left(\sqrt{1-\beta}-1+\beta\right)}$$

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

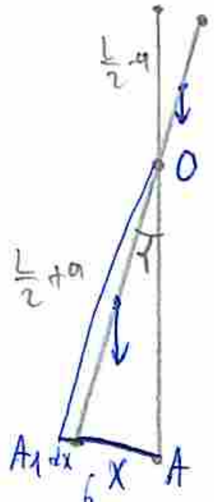
შესარჩევი ტურები ფიზიკის 44-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 8

28.04.2013/ ფიზ/ IV/ 790

ამოცანა № 3

გვერდი № 1



განვიხილოთ მისი ჯოხის დახრილი ძალის მომენტი

O-ს მიმართ. სიგრძის სიმკვრივე $\equiv \sigma$

$$m_1 g \sin\alpha \left(\frac{L}{2}+a\right)\cdot\frac{1}{2} - m_2 g \sin\alpha\left(\frac{L}{2}-a\right)\frac{1}{2} =$$

$$= \left(\frac{L}{2}+a\right)\sigma g \sin\alpha\left(\frac{L}{2}+a\right)\frac{1}{2} - \left(\frac{L}{2}-a\right)\sigma g \sin\alpha\left(\frac{L}{2}-a\right)\frac{1}{2} =$$

$$= \frac{1}{2}\sin\alpha\,\sigma g\left(\frac{L^2}{4}+a^2+La-\frac{L^2}{4}-a^2+La\right) = \sin\alpha\,\sigma g L a$$

$$I = I_1 + I_2 = \frac{m_1 R_1^2}{3} - \frac{m_2 R_2^2}{3} = \frac{1}{3}\sigma\left(\frac{L}{2}+a\right)^3 - \frac{1}{3}\sigma\left(\frac{L}{2}-a\right)^3 =$$

$$= \frac{1}{3}\sigma\left(\frac{L^3}{8} + 3\frac{L^2 a}{4} + \cancel{3\frac{La^2}{2}} + a^3 - \frac{L^3}{8} + 3\frac{L^2 a}{4} - \cancel{\frac{3La^2}{2}} + a^3\right) =$$

$$= \frac{2}{3}\sigma\left(\frac{3L^2 a}{4} + a^3\right) = \frac{\sigma L^2 a}{2} + \frac{2}{3}\sigma a^3$$

$I\,dw = M\,dt$ $\quad M$ მომენტის ძალა.

$$\sigma a\left(\frac{L^2}{2}+\frac{2}{3}a^2\right)dw = \sin\alpha\,\sigma g L a\,dt$$

$\frac{dw}{dt} \equiv \gamma$ (კუთხური აჩქარება) $\quad \gamma = \frac{gL}{\frac{L^2}{2}+\frac{2}{3}a^2}\sin\alpha \approx \frac{gL\alpha}{\frac{L^2}{2}+\frac{2}{3}a^2}$ α მცირეა

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{\frac{X}{2}}{\frac{L}{2}+a} \qquad \frac{\frac{X}{2}}{\frac{L}{2}+a} \approx \frac{\alpha}{2} \qquad \alpha \approx = \frac{X}{\frac{L}{2}+a} \approx \sin\alpha$$ რადგან

$$\gamma = \frac{gLX}{\left(\frac{L^2}{2}+\frac{2}{3}a^2\right)\left(\frac{L}{2}+a\right)}$$

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები ფიზიკის 44-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 8

28.04.2013/ ფიზ/ IV/ 790

ამოცანა № 3

გვერდი № 2

[illegible] A წერტილის აჩქარება $= g\cdot\frac{L}{2}\cdot a = \frac{gL}{(\frac{L^2}{2}+\frac{2}{3}a^2)}X \equiv bX$

საძიებელი $t = \int_0^A \frac{dX}{v}\cdot 4$ ~~$\Delta t = v_0 - \int_0^x bX\,dt \Leftrightarrow v = v_0 - \int_0^x bX\frac{dX}{v}$~~

$dv = -bx\,dt \Leftrightarrow dv = -bx\frac{dx}{v} \Leftrightarrow v\,dv = -bx\,dx \Rightarrow \int_{v_0}^{v} v\,dv = -b\int_0^x x\,dx$

სადაც v არის X წერტილში. ანუ $v^2 - v_0^2 = -b(x^2) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow v = \sqrt{v_0^2 - bx^2}$

$t = \int_0^A \frac{dx}{\sqrt{v_0^2-bx^2}}\cdot 4$ A (ამპლიტუდა)-ს ვიპოვით [illegible] v ნულის ტოლია

$-v_0^2 = -bx^2$ $x = b v_0$

2) [illegible] $a = \frac{L}{2}$ [illegible]

[illegible]

[illegible]

$I = \frac{mL^2}{3}$ [illegible] m [illegible] $\frac{L}{5}$ [illegible]

$I = \frac{mL^2}{3}$ [illegible] $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{5g}}$

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები ფიზიკის 44-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 8	28.04.2013/ ფიზ/ IV/190

ამოცანა № 3 გვერდი № 4

$$w^2=\left(1-\frac{L^2-4La+4a^2}{L^2+4La+4a^2}\right)\frac{2g}{L+2a}=\frac{L^2+4La+4a^2-L^2+4aL-4a^2}{L^2+4La+4a^2}\,\frac{2g}{L+2a}=$$

$$=\frac{16gLa}{(L+2a)^3}\qquad w=\sqrt{\frac{16gLa}{(L+2a)^3}}\qquad T=\frac{2\pi}{w}=2\pi(L+2a)\sqrt{\frac{L+2a}{16gLa}}=$$

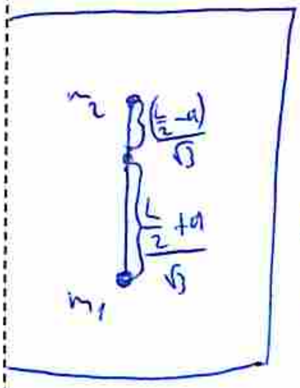
$$=\pi(L+2a)\sqrt{\frac{L+2a}{4gLa}}$$

T უმცირესია, როცა w უდიდესია

$$\frac{a}{(L+2a)^3}$$

უდიდესია $a=L$

[illegible] 1 [illegible]



[illegible] $\frac{m_2}{m_1} = \frac{\frac{L}{2}-a}{\frac{L}{2}+a}$

[illegible]:

[illegible] $m_2 g \sin\alpha \frac{\frac{L}{2}-a}{\frac{L}{2}+a}$

$F = m_1 g \sin\alpha - m_1 \frac{\frac{L}{2}-a}{\frac{L}{2}+a} g \sin\alpha \frac{\frac{L}{2}-a}{\frac{L}{2}+a} = m_1 a$

$$g\left(1-\left(\frac{L-2a}{L+2a}\right)^2\right)\sin\alpha = a \qquad \sin\frac{\alpha}{2} = \frac{\frac{x}{2}}{\frac{\frac{L}{2}+a}{\sqrt{3}}} = \frac{\frac{\sqrt{3}x}{2}}{\frac{L+2a}{2}} = \frac{\sqrt{3}x}{L+2a} \approx$$

$$\approx \frac{\alpha}{2} \qquad \alpha \approx \frac{2\sqrt{3}x}{L+2a}$$

$$-g\left(1-\left(\frac{L-2a}{L+2a}\right)^2\right)\frac{2\sqrt{3}x}{L+2a} = a$$ [illegible]

[illegible] $\Downarrow$ $-\omega^2 x = a \quad T = \frac{2\pi}{\omega}$ ω [illegible]

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები ფიზიკის 44-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

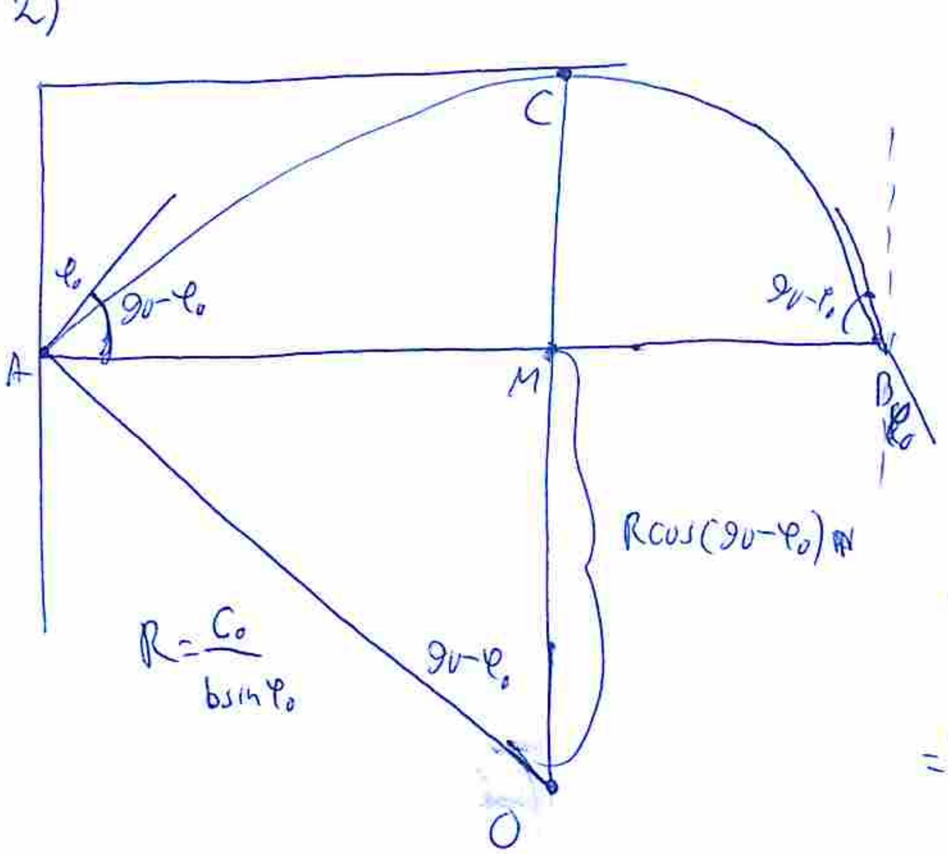
მაგიდა № 8

28.04.2013/ ფიზ/ IV/ 790

ამოცანა № 4

გვერდი № 1

2)



$\breve{AB} = 2(90-\varphi_0)$

$\angle AOB = 2(90-\varphi_0)$

$\angle AOC = 90-\varphi_0$

$OM = R\cos(90-\varphi_0) =$

$= R\sin\varphi_0 =$

$= \frac{C_0}{b}$ $\quad OC = R$

$MC = \frac{C_0}{b\sin\varphi_0} - \frac{C_0}{b} =$

$= \frac{C_0 - C_0\sin\varphi_0}{b\sin\varphi_0} = \frac{C_0(1-\sin\varphi_0)}{b\sin\varphi_0}$

[illegible] $MC < z_s \Leftrightarrow \frac{C_0(1-\sin\varphi_0)}{b\sin\varphi_0} < z_s \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow C_0 - C_0\sin\varphi_0 < z_s b\sin\varphi_0 \Leftrightarrow \sin\varphi_0 > \frac{C_0}{z_s b + C_0}$

$\boxed{\varphi_0 > \arcsin\left(\frac{C_0}{z_s b + C_0}\right)}$

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები ფიზიკის 44-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 8	28.04.2013/ ფიზ/ IV/ 790

ამოცანა № 4	გვერდი № 2

3) [illegible] AB [illegible] $2R\sin(90-\varphi_0) =$

$= \frac{2C_0\cos\varphi_0}{b\sin\varphi_0}$ [illegible] AB [illegible]

[illegible] n-[illegible] $\frac{2C_0\cos\varphi}{b\sin\varphi}$ $n \in N$

$\frac{x\, b\sin\varphi}{2C_0\cos\varphi} \in N$ (3)

4) [illegible] $\frac{10000 \cdot 0{,}020 \sin\varphi_0}{2 \cdot 1500 \cos\varphi_0} = \frac{2\sin\varphi_0}{2\cdot 15\cos\varphi_0} =$

$= \frac{\sin\varphi}{15\cos\varphi} = 1$ $\quad \sin\varphi = 15\cos\varphi \Leftrightarrow \sin\varphi = 15\sqrt{1-\sin^2\varphi}$ $\quad \sin\varphi = p$

$p^2 = 15^2 - 15^2 p$ $\quad p^2 + 15^2 p - 15^2 = 0$ $\quad \cancel{p = \frac{-225^2 \pm \sqrt{\ldots}}{2}}$ [illegible]

~~[illegible]~~

$p = \frac{-225 \pm \sqrt{50625+900}}{2} = \frac{-225 \pm \sqrt{51525}}{2} \approx \frac{-225 \pm 227}{2} = 1$ [illegible]

$\cancel{p^2 = n(15-15p)}$ $\quad \arcsin \frac{\sqrt{51525} - 225}{2}$ [illegible] $\frac{\pi}{2}$

[illegible] $\sqrt{51525} \approx 226{,}99$

$$p^2 = n^2\cdot 15^2 - 15^2\cdot p\cdot n^2 \qquad p^2 + 15^2\cdot n^2\cdot p - n^2\cdot 15^2$$

$$p = \frac{-225n^2 + \sqrt{225^2 n^4 + 4\cdot 15^2 n^2}}{2} = \frac{-225n^2 + 15n\sqrt{n^2 15^2 + 4}}{2}$$

$$15n\sqrt{n^2 15^2 + 4} - 225n^2 \geq 0 \Leftrightarrow 15n\sqrt{n^2 15^2 + 4} \geq 225n^2 \Leftrightarrow$$

$n^2 15^2 + 4 \geq n^2 15^2$ [illegible] n [illegible] და $p \in [0;1)$

[illegible]

$$\varphi_0 = \arcsin \frac{-225n^2 + \sqrt{225^2 n^4 + 4\cdot 15^2 n^2}}{2}$$